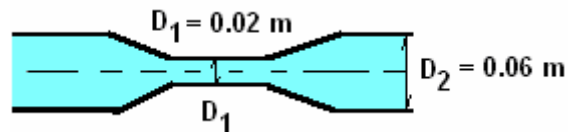


## EXERCÍCIOS DA HIDRODINÂMICA: APLICAÇÕES DO TEOR. BERNOULLI

### Exercício 1

Considere um tubo de Venturi (**Figura 5.1**) com saída livre para a atmosfera, a jusante, e ligado, a montante, a um conduto de abastecimento de água, dotado de uma válvula que regula o caudal.



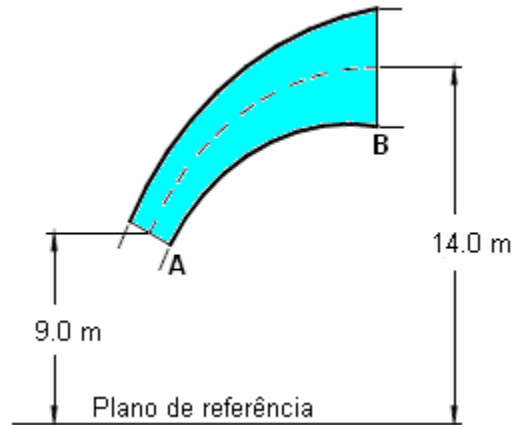
**Figura 5.1.** Tubo de Venturi.

Admitindo que a perda de carga  $h_L$  a jusante do estreitamento é  $0,1 \frac{U_1^2}{2g}$  ( $U_1$  é a velocidade da zona estreita).

- Determine a altura piezométrica no eixo do estrangulamento quando o caudal for de  $2 \text{ l/s}$ .
- O menor caudal com que ocorre cavitação no eixo do estrangulamento.

### Exercício 2

Um conduto (ver **Figura 5.2**) transporta um caudal de  $415 \text{ l/s}$ . Considerando que o ponto **A** (diâmetro  $0,40 \text{ m}$ ) tem uma altura piezométrica de  $19,0 \text{ m}$  e que o diâmetro da secção em **B** é de  $0,80 \text{ m}$ , calcule a altura piezométrica em **B**.  
Nota: despreze as perdas de carga entre os pontos **A** e **B**.

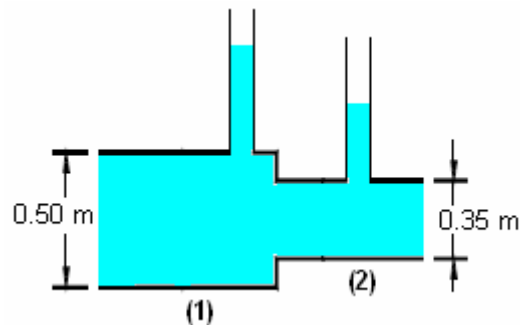


**Figura 5.2.** Troço de um conduto.

### Exercício 3

Um conduto horizontal (ver **Figura 5.3**) com estreitamento brusco transporta um caudal de  $0,2 \text{ m}^3/\text{s}$ . Considere que os pontos **1** e **2** têm diâmetro igual a  $0,50 \text{ m}$  e  $0,35 \text{ m}$ , respectivamente. Os piezómetros instalados à montante e jusante do estreitamento medem respectivamente as alturas de  $9,86 \text{ m}$  e  $6,00 \text{ m}$ .

Determine a perda de carga entre as secções **1** e **2**.

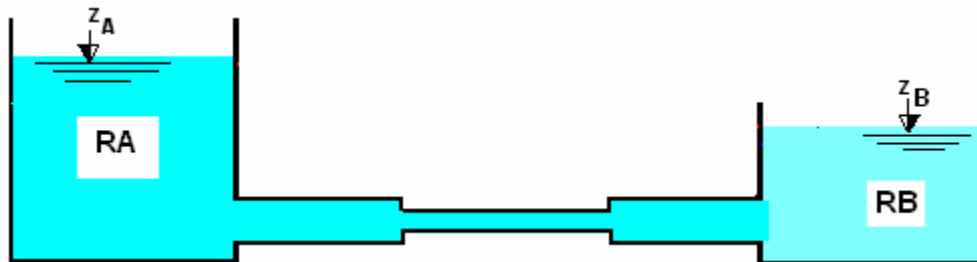


**Figura 5.3.** Troço de um conduto.

**Exercício 4**

Considere a instalação hidráulica da **Figura 5.4**.

- Desenhe as linhas de energia (LE) e piezométrica (LP) justificando o seu traçado. Sugestão: identifique (numericamente) os diferentes pontos do traçado das linhas e justifique o que acontece em cada ponto.
- Escreva a equação da perda de carga total para a instalação.
- Escreva a equação que relaciona as cargas dos reservatórios A e B.

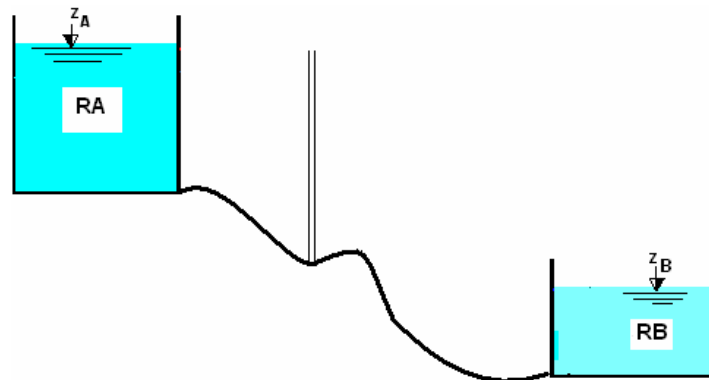


**Figura 5.4.** Instalação hidráulica com dois reservatórios ligados por condutos em série.

**Exercício 5**

Considere a instalação hidráulica da **Figura 5.5**.

- Desenhe as linhas de energia (LE) e piezométrica (LP) justificando o seu traçado. Sugestão: indique (indicando as equações) os diferentes pontos do traçado das linhas e justifique o que acontece em cada ponto.
- Escreva a equação da perda de carga total para a instalação.
- Escreva a equação que relaciona as cargas dos reservatórios A e B.
- Indique o nível da água no piezómetro instalado numa zona intermédia do troço do conduto (**Figura 5.5**).



**Figura 5.5.** Instalação hidráulica com dois reservatórios ligados por um conduto.

### Exercício 6

Num conduto de ferro fundido novo ( $\kappa = 0,25$  mm e  $n = 0,0125$  m<sup>-1/3</sup>s) de 30 mm diâmetro circula o caudal de 0.2 l/s. Considere a viscosidade cinemática da água igual a 10<sup>-6</sup> m<sup>2</sup>/s.

- Utilize o número de Reynolds ( $Re$ ) para classificar o regime do escoamento.
- Calcule o factor de resistência ao escoamento ( $f$ ) pelo ábaco de Moody, pela expressão do regime laminar (ver [slide p.5-28, 29](#)), pela equação de **S.E. Haaland** e pela equação de Colbrook-White. Compare e comente os resultados.
- Determine a perda de carga unitária com os diferentes  $f$  obtidos na alínea anterior.
- Use a equação de Manning-Strickler para determinar a perda de carga unitária ( $J$ ) e relacione-a com o  $J$  obtido na alínea anterior (considere apenas o  $J$  calculado a partir do  $f$  estimado pela equação de Colebrook-White).

### Exercício 7 (modificado de [Quintela, 2005: 154](#))

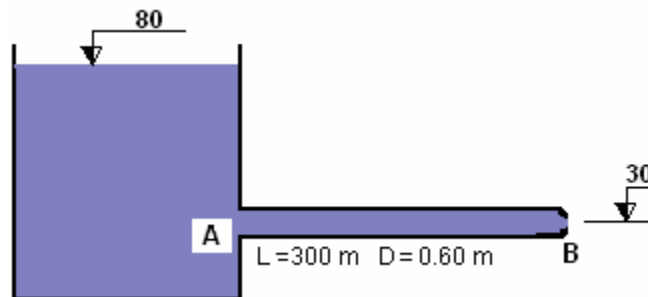
Num conduto de 500 mm diâmetro circula o caudal de 300 l/s. Considere a viscosidade cinemática da água igual a 10<sup>-6</sup> m<sup>2</sup>/s.

- Admitindo que o conduto é de fibrocimento: classifique o regime de escoamento e determine a perda de carga unitária.
- Admitindo que o conduto é de ferro fundido ( $\kappa = 0.25$  mm e  $K = 80$  m<sup>1/3</sup>/s) calcule a perda de carga unitária para  $f$  dado pela equação de **S.E. Haaland**. Obtenha também a perda de carga usando a equação de Manning-Strickler. Compare os resultado obtidos.

**Exercício 8** (modificado de Quintela, 2005: 194)

a) Determine a secção e o diâmetro do obturador **B**, com saída livre para a atmosfera, à cota de **30,0 m**, sem contracção, colocado a jusante do conduto de betão representado na **Figura 5.8** de modo a assegurar o escoamento de um caudal igual a **1,2 m<sup>3</sup>/s**. Considere as perdas de carga localizada (singular) e contínua. Nota: o material do conduto é ferro fundido novo com  **$K = 80 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$** .

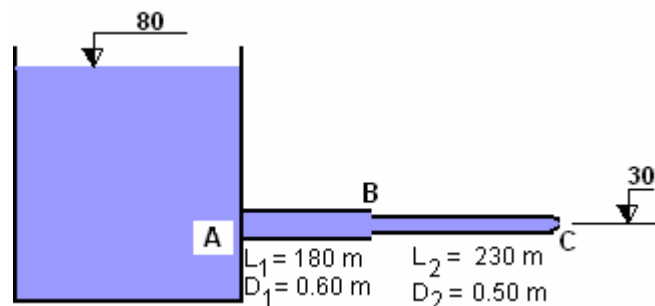
b) Qual deverá ser a cota da superfície livre no reservatório para que o caudal escoado seja **1,3 m<sup>3</sup>/s**, admitindo que as restantes condições se mantêm constantes?



**Figura 5.8.** Instalação hidráulica com reservatório ligado a um conduto.

**Exercício 9**

Determine a secção e o diâmetro do obturador **C**, com saída livre para a atmosfera, à cota de **30,0 m**, sem contracção, colocado a jusante do conduto de betão representado na **Figura 5.9** de modo a assegurar o escoamento de um caudal igual a **1,2 m<sup>3</sup>/s**. Considere as perdas de carga singulares na passagem do reservatório para o conduto e também a do estreitamento que se verifica na zona intermédia do troço do conduto. Nota: o material do conduto é ferro fundido de longo uso com  **$K = 70 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$** .

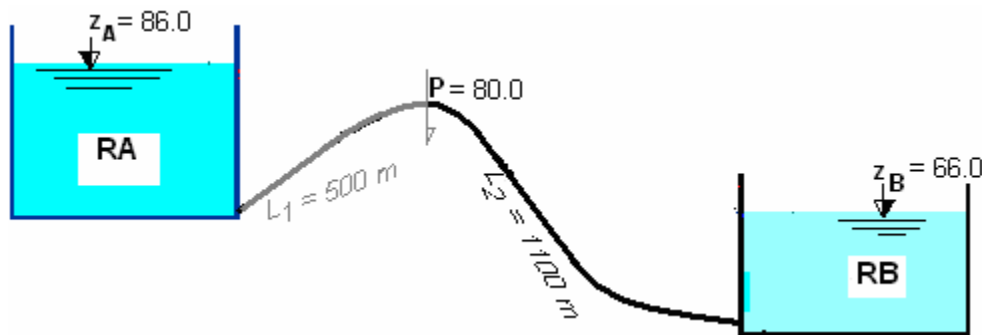


**Figura 5.9.** Instalação hidráulica com um reservatório ligado a condutos em série.

**Exercício 10**

Considere dois reservatórios **A** e **B** ligados por um conduto com um troço ascendente e outro descendente. O troço ascendente tem o seu ponto mais alto (**P**) localizado à cota **80,0 m**. Admita que o conduto é de ferro fundido novo ( $K = 80 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$ ) e transporta um caudal de **100 l/s**.

Calcule os diâmetros dos troços **AP** e **PB** considerando que o diâmetro do troço **AP** tem que conduzir à uma cota piezométrica de **83,0 m** no ponto **P**. Nota: despreze as perdas singulares.



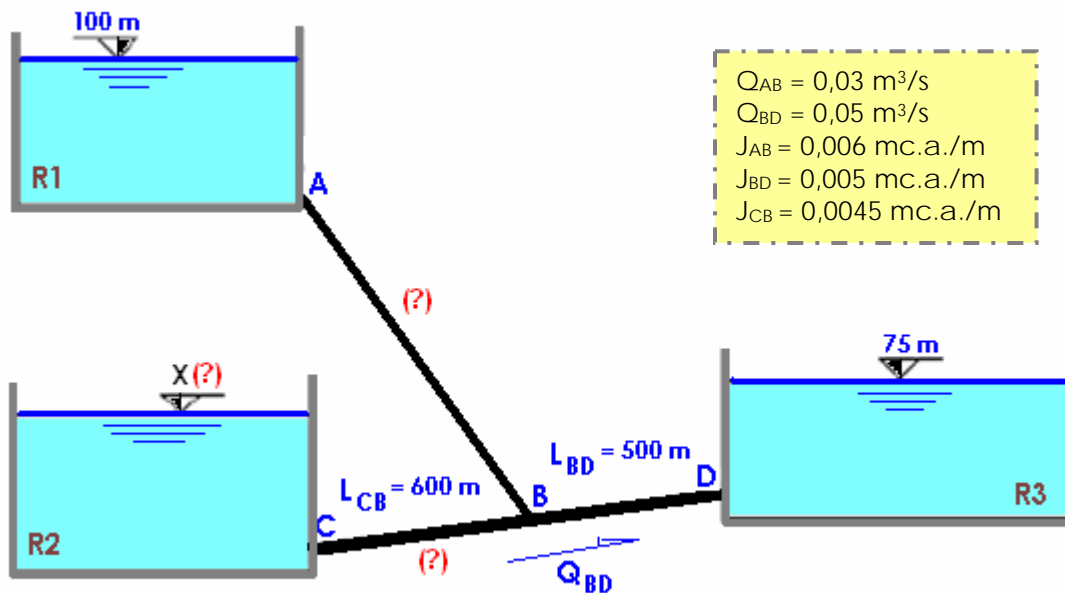
**Figura 5.10.** Instalação hidráulica com dois reservatórios ligados por um conduto.

**Exercício 11**

Observe com atenção a instalação hidráulica apresentada na **Figura 5.11**. Todos os reservatórios são de grandes dimensões e ligados entre si por condutos de ferro fundido.

Desprezando as perdas de cargas singulares (localizadas), obtenha os seguintes dados:

- a) o caudal do troço CB;
- b) o comprimento do conduto AB;
- c) a cota da superfície livre da água no reservatório R2.

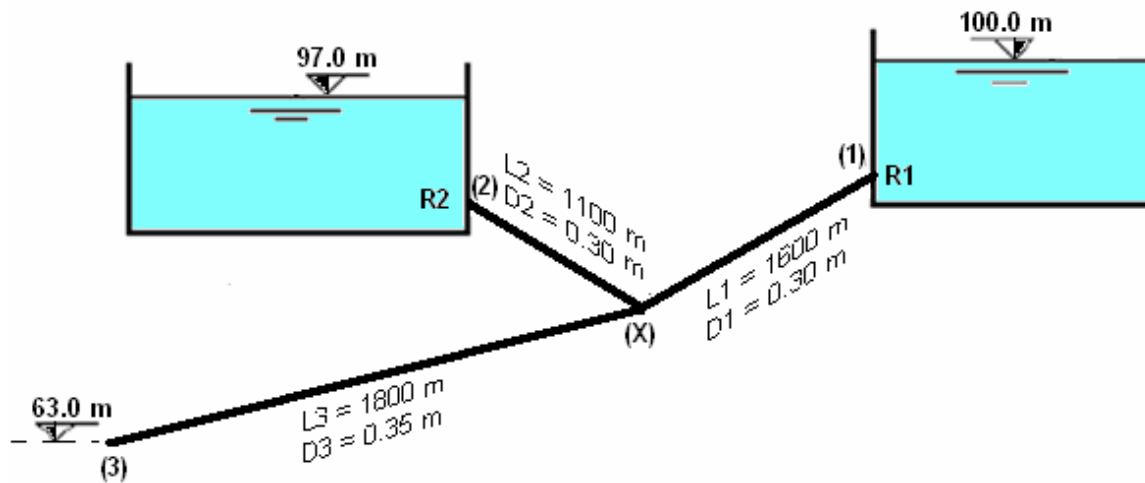


**Figura 5.11.** Instalação hidráulica com três reservatórios ligados por um conduto (Fonte: Univ. Évora).

**Exercício 12**

Considere a instalação hidráulica representada na **Figura 5.12**. O material do conduto é ferro fundido novo ( $n = 0,0125 \text{ m}^{-1/3\text{s}}$ ).

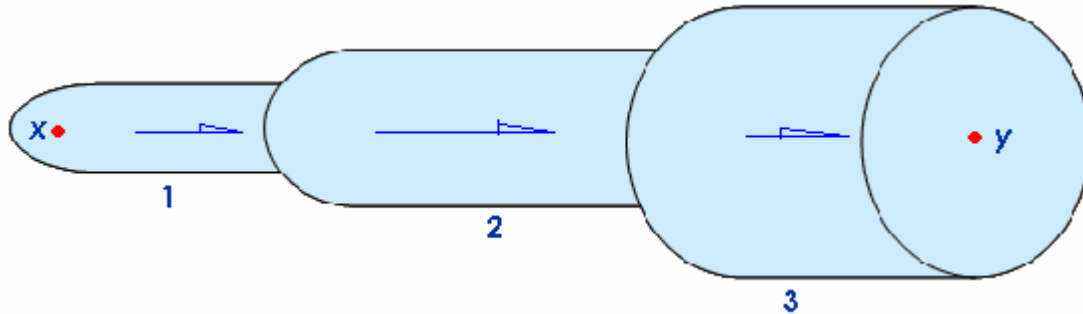
Com base na informação fornecida, obtenha o débito (caudal) do orifício de diâmetro **0,10 m** localizado no ponto **(3)**. Apresente os resultados de modo a incluir as velocidades e as perdas de carga nos diferentes troços (1, 2 e 3) Nota: despreze as perdas de carga localizadas (singulares).



**Figura 5.12.** Instalação hidráulica com três reservatórios ligados por um conduto.

### Exercício 13

Considere os três condutos em série como indica a **Figura 5.13**. A variação total de pressão é  $p_x - p_y = 130$  kPa e a variação de cota é  $z_x - z_y = 6,0$  m. Os dados referentes às características dos condutos constam do quadro seguinte.



**Figura 5.13.** Condutos em série.

Conduto	Comprimento (L)	Diâmetro (D)	Coef. Rugosidade equivalente (k)	k/D
	(km)	(mm)	(mm)	(-)
1	0,10	900	0,24	0,003
2	0,15	700	0,12	0,002
3	0,08	500	0,20	0,005

Considere ainda que o fluido transportado é água e calcule o caudal que se escoar na instalação. Efectue os cálculos através de folha de cálculo Excel e apresente os resultados de modo a que se possa verificar os valores de  $h_f$ ,  $f$ ,  $Re$  e  $J$  para cada um dos condutos. Classifique também o regime do escoamento.

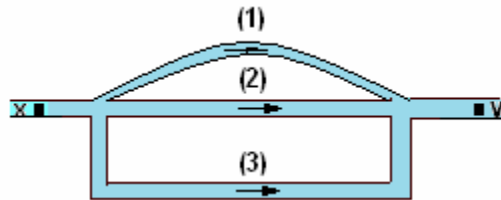
Nota: despreze as perdas de carga localizadas e para o cálculo da perda de carga contínua deverá usar a seguinte expressão (conselho para o resto da vida: use sempre a equação seguinte quando tiver que calcular o  $f$  nos problemas que envolvam condutos em série e em paralelo):

$$h_f = \frac{4fL U^2}{D 2g} = \frac{4fL Q^2}{D 2gA^2} \text{ ou } h_f = \frac{32fLQ^2}{\pi^2 gD^5}$$

Sugere-se ainda que obtenha o  $f$  pela equação de **S.E. Haaland**.

### Exercício 14

Considere os três condutos em paralelo como indica a **Figura 5.14**. A variação total de pressão é  $p_x - p_y = 150$  kPa e a variação de cota é  $z_x - z_y = 5.0$  m. Os dados referentes às características dos condutos constam do quadro seguinte.



**Figura 5.14.** Condutos em paralelo.

Conduto	Comprimento (L)	Diâmetro (D)	Coef. Rugosidade equivalente (k)	k/D
	(km)	(mm)	(mm)	(-)
1	0,10	0,08	0,24	0,003
2	0,08	0,04	0,20	0,005
3	0,15	0,06	0,12	0,002

Considere ainda que o fluido transportado é água e calcule o caudal que se escoar na instalação. Efectue os cálculos através de folha de cálculo Excel e apresente os resultados de modo a que se possa verificar os valores de  $h_f$ ,  $f$ ,  $Re$  e  $J$  para cada um dos condutos. Classifique também o regime do escoamento.

Nota: despreze as perdas de carga localizadas e para o cálculo da perda de carga contínua deverá usar a seguinte expressão (conselho para o resto da vida: use sempre a equação seguinte quando tiver que calcular o  $f$  nos problemas que envolvam condutos em série e em paralelo):

$$h_f = \frac{4fL U^2}{D 2g} = \frac{4fL Q^2}{D 2gA^2} \text{ ou } h_f = \frac{32fLQ^2}{\pi^2 gD^5}$$

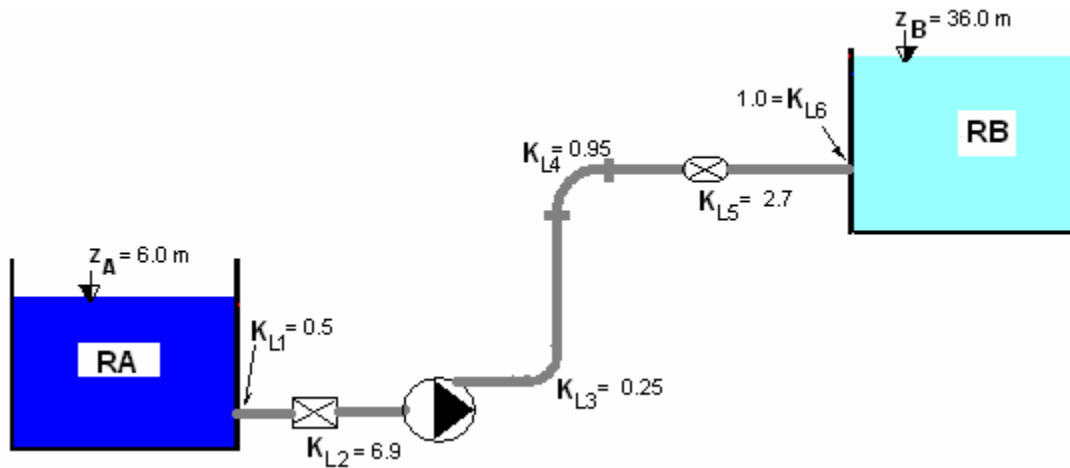
Sugere-se ainda que obtenha o  $f$  pela equação de **S.E. Haaland**.

**Exercício 15**

Considere a instalação hidráulica indicada na **Figura 5.15** em que a água é bombeada do reservatório **A** para **B** com um caudal de  $0,006 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Admita um factor de resistência  $f = 0,001163$  para o material de que é feito o conduto cujo comprimento total e o diâmetro são, respectivamente de **500 m** e **0,06 m**. Calcule a potência necessária para a bomba se o seu rendimento for de **75%**. Indique também o número de Reynolds do escoamento.

Considere todas as perdas de carga localizadas (os coeficientes de perdas singulares estão indicados na **Figura 5.15**).



**Figura 5.15.** Instalação com bomba.

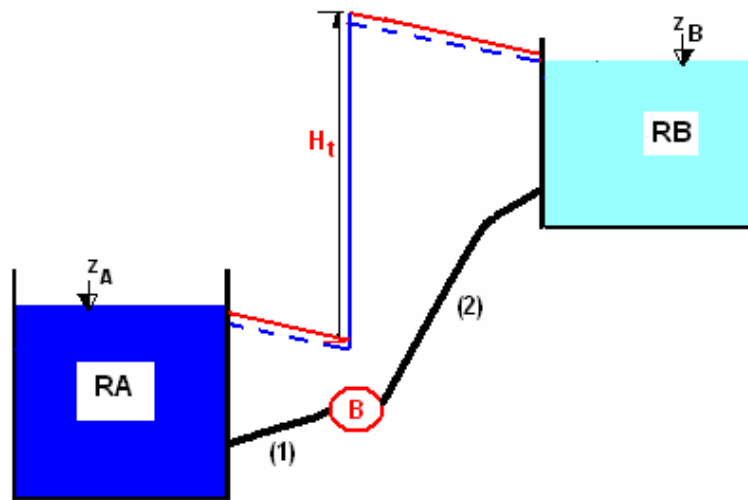
**Exercício 16**

Considere a instalação hidráulica da **Figura 5. 16**.

Uma bomba impulsiona o caudal de água de **0,2 m<sup>3</sup>/s** de um reservatório com a superfície livre à cota  **$z_A = 30,0$  m** para um reservatório com a superfície livre à cota  **$z_B = 110,0$  m**. As secções de entrada e de saída da bomba têm eixos respectivamente à cota **16,0 m** e à cota **17,0 m** e os diâmetros de **0,35 m** e de **0,30 m**. Os condutos a montante e a jusante da bomba têm comprimentos de **600 m** e de **1100 m** e as respectivas perdas de carga unitárias de **0,003** e **0,009**. Despreze as perda de cargas localizadas.

Determine:

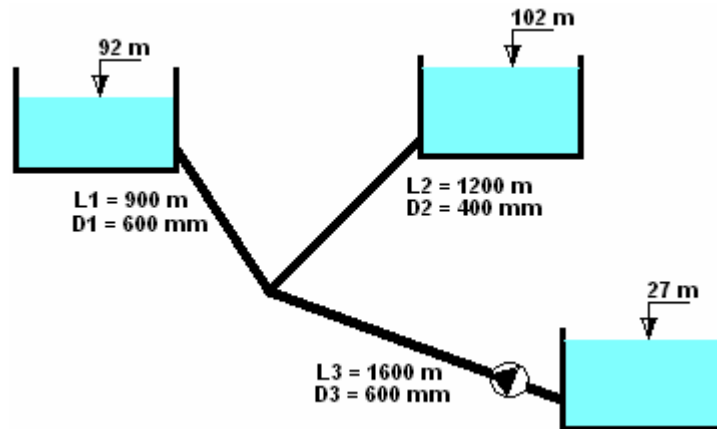
- as cotas da linha de energia nas secções de entrada e saída da bomba;
- as alturas piezométricas nos eixos das mesmas secções;
- a altura total de elevação da bomba e a sua potência (considere um rendimento de **85%**).



**Figura 5.16.** Instalação hidráulica com dois reservatórios ligados por um conduto e uma bomba no percurso.

**Exercício 17**

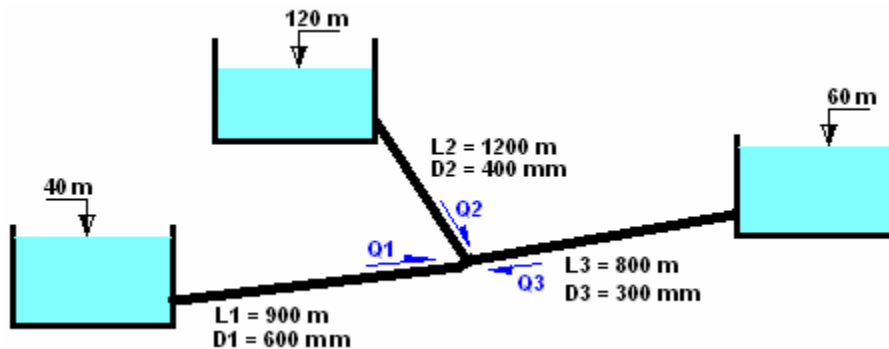
Considere a instalação apresentada na **Figura 5.17**. Sabendo que a bomba eleva a água do reservatório **R3** para o reservatório **R1** (a montante), obtenha o caudal do **troço 3** e a potência da bomba. Dados relevantes: o caudal do **troço 1** é  $Q_1 = 0,45 \text{ m}^3/\text{s}$ ; o material dos condutos é ferro fundido novo ( $K = 80 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$ ); despreze as perdas de carga localizadas; o rendimento da bomba é de 80%; e os restantes dados estão indicados na **Figura 5.17**.



**Figura 5.17.** Instalação com bomba.

**Exercício 18**

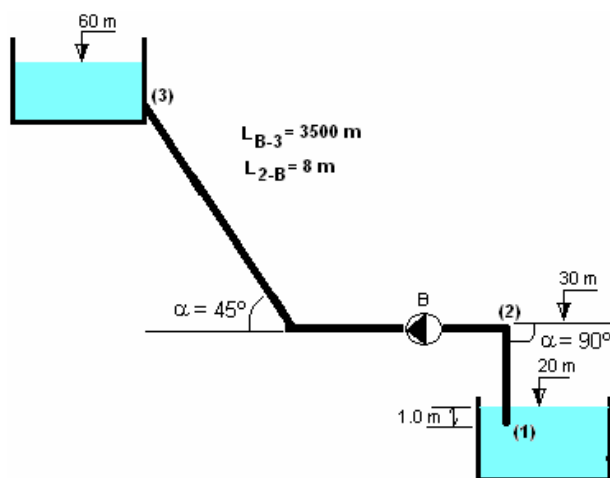
Considere a instalação apresentada na **Figura 5.18**. Determine os caudais dos diferentes troços desprezando as perdas de carga singulares. Admita que o material de que é feito o conduto é rigorosamente igual ao do exercício anterior.



**Figura 5.18.** Instalação com três reservatórios.

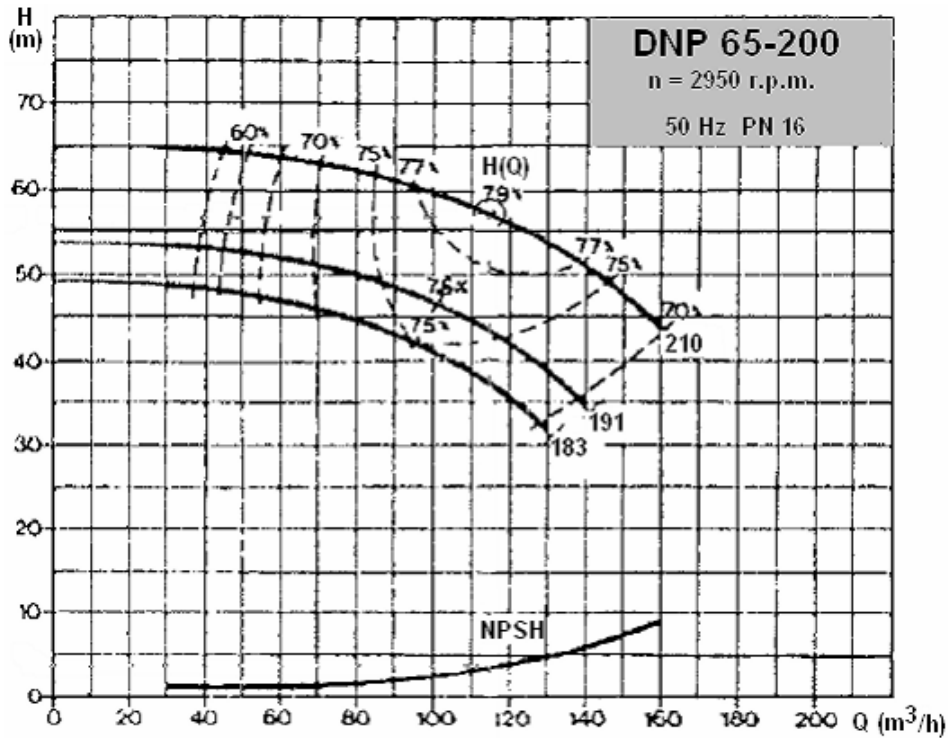
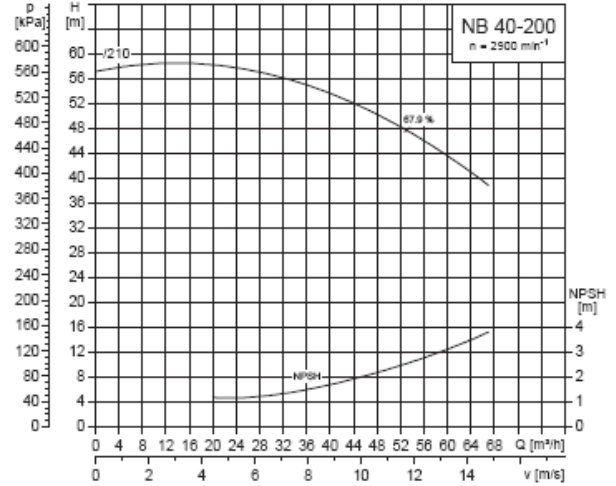
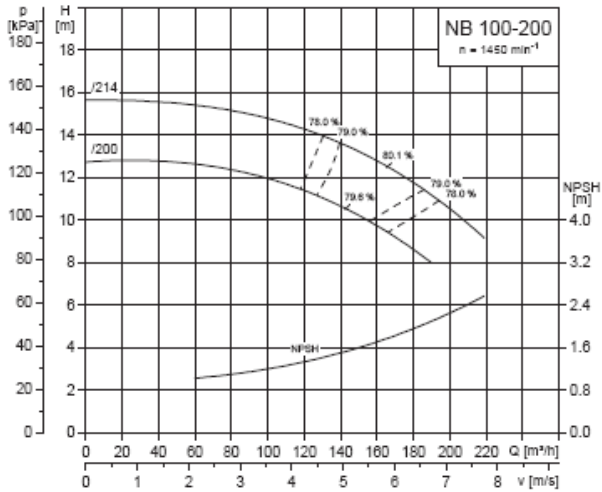
### Exercício 19

Considere uma bomba com uma roda de **210 mm**. A bomba impulsiona a água de um reservatório de alimentação para outro, conforme indicado na **Figura 5.19**. O conduto é em ferro fundido com longo uso ( $K = 70 \text{ m}^{1/3}\text{s}^{-1}$ ). O conduto tem um diâmetro de **300 mm**. Considere as perdas de carga singulares nas curvaturas e na entrada do reservatório situado à cota elevada.



**Figura 5.19.** Instalação com bomba.

Determine o caudal impulsionado e a potência da bomba. Na resolução verifique também as condições de funcionamento da bomba (para tal utilize o diagrama de **colina** da bomba – ver figuras seguintes).



### Exercício 20

Considere um conduto em PVC (com capacidade de carga máxima de 40 m c.a.,  $k_c = 20$  e  $D/e = 43$ ) de diâmetro  $D = 260$  mm e comprimento  $L = 1800$  m. Sabendo que o conduto transporta um caudal de 60 l/s, recorra aos métodos simplificados para analisar a influência do golpe de aríete provocado por manobras lenta e rápida. Comente os resultados obtidos face às características do material do conduto. Indique as possíveis medidas de prevenção, se necessário, e apresente um resumo das causas e consequências do golpe de aríete (nota: para responder a esta pergunta deverá ler também o trabalho realizado pelo Prof., no âmbito da disciplina de Hidráulica Computacional do Mestrado, e disponibilizado na Internet como [pdf3](#)).

Construa um **gráfico** (em Excel) que mostre a evolução das cargas piezométricas máximas e mínimas para diferentes caudais (sugestão: na construção do gráfico considere os seguintes caudais: 0 l/s; 10 l/s; 20 l/s; 30 l/s; ... 100 l/s).

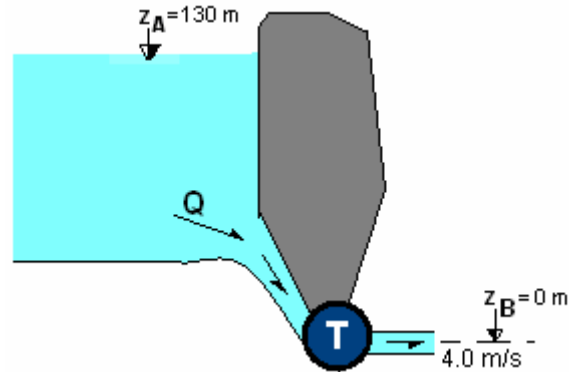
### Exercício 21

Indique os tipos de regimes variáveis que conhece e descreva-os sucintamente.

**Nota final:** os alunos deverão apresentar a dedução completa das equações das instalações. Os problemas deverão ser resolvidos numa folha de cálculo Excel e apresentados em tabelas anexas ao trabalho. A clareza e a qualidade da apresentação será considerada na avaliação.

**Exercício 22**

Uma instalação hidroelétrica, conforme a **Figura 5.22** debita um caudal de **40 m<sup>3</sup>/s** para através de uma turbina que o liberta (descarrega) para a atmosfera à uma velocidade de **4 m/s**. Considerando que a perda de carga total na instalação é de **30 m**, calcule a potência fornecida pelo escoamento a turbina e a potência da turbina em MW. Rendimento da turbina é de 0,85.



**Figura 5.22.** Instalação hidroelétrica.